

L'Histoire des chiffres et des nombres

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ... comment en est-on arrivé là ? Pas si simple ! ... et pour répondre à cette question, nous allons devoir voyager de la Mésopotamie (actuelle Irak) à l'Afrique du Nord en passant par l'Égypte, l'Inde et la Grèce.

Une petite légende autour du mot "calcul" (qui vient de « calculus », en latin, caillou), nous raconte que le berger déposait dans un panier autant de cailloux que de moutons quittaient la bergerie. En rentrant des prés, le berger sortait les cailloux du panier afin de vérifier le compte de moutons.

C'est ce qu'on appelle la **correspondance terme à terme**. Elle consiste à associer à chaque élément de l'ensemble à compter (ici les moutons), des éléments d'une autre variété (cailloux, doigts, ...). Elle est la base de tout système de numération et permet en particulier de comparer la taille des ensembles.

L'évolution de nos chiffres s'étale sur plusieurs millénaires. C'est au Paléolithique (il y a 30 000 ans) qu'on trouve les premières marques permettant de conserver les nombres sur des supports tels que les os ou le bois. La plus ancienne est un péroné de babouin portant 29 encoches trouvé au Swaziland en Afrique australe.

Les premiers tâtonnements

Les nombres sont apparus il y a très longtemps, aux environs de 30 000 av J.-C., durant les premières civilisations du Paléolithique. L'homme avant était incapable de compter : il était tout au plus capable de concevoir l'unité et la multitude.

L'homme, par nécessité de compter et de dénombrer diverses choses (bêtes, hommes ou objets), exploitât peu à peu tout ce qui lui tomba sous la main pour y arriver. Ainsi, comme tout le monde a commencé à compter sur ses doigts, la plupart des civilisations adoptèrent un système de numération de base dix. Cependant quelques originaux choisirent la base douze.

Les Mayas, Aztèques, Celtes et Basques, s'étaient rendus compte qu'en se penchant un peu, on pouvait aussi compter sur ses orteils, et ils adoptèrent la base vingt.

Les Sumériens, eux, comptaient, on ne sait pas pourquoi, en base soixante. C'est d'ailleurs de là que vient la division des heures en soixante minutes et des minutes en soixante secondes.

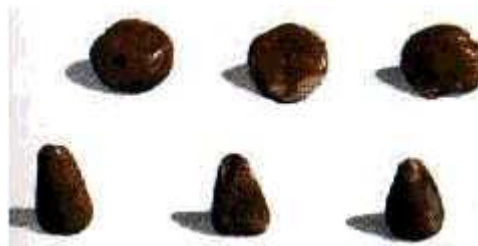


De nombreux os (surtout des radius) d'animaux, munis de plusieurs encoches ont été découverts en Europe, datant de 20 000 à 35 000 ans ; ils constituent les plus anciennes « machines à compter ».

Ces bâtons osseux étaient gravés d'un cran à chaque fois qu'ils tuaient une bête. Et ces différents os pouvaient être employés pour chaque type d'animal : un pour les ours, un autre pour les bisons, et ainsi de suite.

2) Les premiers systèmes de numérotation

Ils avaient ainsi inventé les premiers rudiments des systèmes de numération ; de multiples encoches, retrouvés sur les parois d'une caverne préhistorique à côté de dessins d'animaux ne laissent aucun doute sur la fonction de comptabilité de ces crans.



Un autre moyen de dénombrement est encore plus ancien : la main . Rien d'étonnant puisque tous les peuples de la terre y ont eu recours à un moment ou à un autre de leur histoire.

La mise à contribution des phalanges et des articulations des doigts va plus loin que le simple procédé connu de tous : elle permit aux Egyptiens et aux Romains, aux Arabes et aux Persans de compter jusqu'à 9 999 selon une manière semblable aux langages des sourds-muets. Et par un système encore plus ingénieux, les chinois arrivèrent à compter à 100 000 sur une main et jusqu'à dix milliard sur les deux mains !

Un système plus récent (8 000 av J.-C.) est aussi assez important dans l'histoire des chiffres : c'est le tas de cailloux. Cette méthode est à l'origine des bouliers Chinois, encore en usage de nos jours.

3) Une idée originale

Cette méthode a été à l'origine de la première numération écrite de l'histoire. En effet vers le 4^e millénaire avant J.-C., quelques comptables de l'époque eurent l'idée de remplacer les cailloux ordinaires par des objets de diverses tailles avec des formes conventionnelles : un bâtonnet pour l'unité, une bille plate pour les dizaines, une petite boule pour les centaines, etc...

Cela se passait en Elam (Terre iranienne près du golfe persique). Les Sumériens firent de même à peu près à la même époque, cependant comme leurs nombres étaient à base sexagésimale, les représentations changèrent : ce fut un petit cône pour 1, une bille pour 10, un grand cône pour 60, un grand cône perforé pour 600, une sphère pour 3600, etc... Les civilisations à cette époque étaient surtout orales, mais ce système fut très utile : il permit d'effectuer des opérations arithmétiques.

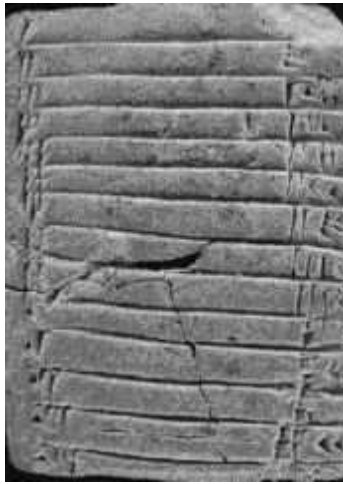


4) La naissance du chiffre

Et puis un jour, l'homme eut l'idée de symboliser sur l'argile les nombres : un petit trou circulaire pour la bille, une encoche pour un cône, un cercle pour une sphère... et c'est ainsi que, vers 3600 av J.-C. , naquirent les chiffres.



Dans toutes les civilisations, aussi éloignées qu'elles soient, la découverte (ou plutôt l'invention) a été pratiquement simultanée et la méthode a été la même. Les chercheurs n'ont pas été surpris d'observer que certaines unités numériques ont été représentées partout au moyen du même signe, comme le nombre « un », qui est quasiment toujours représenté par un trait vertical, le « cinq » est lui souvent représenté par un V diversement orienté, le nombre « dix » par une sorte de X, etc ...



Après cela, les Grecs, les Juifs, les Chrétiens, Les Arabes et bien d'autres peuples ont écrit les nombres au moyen des lettres de leur alphabet. Le système a consisté à attribuer aux lettres des valeurs numériques de 1 à 9, puis, par dizaines, de 10 à 90, et ensuite par centaines, et ainsi de suite. Les numérations procédèrent donc par addition des valeurs des lettres.

Dans ces conditions, les mots acquirent des valeurs numériques, et réciproquement les nombres se chargèrent symboliquement de la valeur philosophique d'un mot. Par exemple, le nombre 26 est devenu un nombre divin pour les juifs, celui-ci étant le total des valeurs des lettres qui constituent le mot **YAHWEH** ($Y + H + W + H = 10 + 5 + 6 + 5 = 26$, le E et le A n'ayant pas de valeur numérique).

Ces procédés d'écriture du chiffre seront adoptés par la majeure partie des civilisations, cependant les chiffres seront représentés graphiquement différemment.

Compter par paquets : la base du système

On a tous eu un jour l'occasion de compter une quantité importante de petits objets : des pièces de monnaie, des billes, des cartes, ... Notre compte fini, on en effectue un deuxième afin d'être certain de ne pas s'être trompé. Mais il est rare, malheureusement, de tomber deux fois sur le même résultat. Et là, notre esprit ingénieux (!) nous conseille d'user d'un stratagème pour ne pas se faire posséder une nouvelle fois par le grand nombre : on fait des petits paquets de 10 ! Et si cela ne suffit pas : avec 10 petits paquets de 10, nous formons un gros paquet de 100.

Nous réinventons le système de numération de **base 10** (système décimal). Pourquoi « de base 10 », car pour obtenir un petit paquet, il faut 10 unités et pour obtenir un gros paquet, il faut 10 petits paquets.

Pour passer au rang des dizaines (petits paquets), il faut 10 unités et pour passer au rang des centaines (gros paquets), il faut 10 dizaines.

10 unités d'un rang valent 1 unité du rang immédiatement supérieur.



L'écriture décimale demande 10 symboles (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9). Nos 10 doigts en sont incontestablement à l'origine. Que serait aujourd'hui notre système d'écriture si nous avions deux doigts seulement ???

Il est possible en effet d'écrire les nombres dans d'autres bases que la base décimale ! Prenons par exemple le **système binaire** (*base 2*) qui ne dispose que de deux symboles : 0 et 1 (deux doigts!)

0 s'écrit **0** (en base 2)

1 s'écrit **1**

2 s'écrit **10**

3 s'écrit **11**

4 s'écrit **100**

5 s'écrit **101** etc...

Ce système est par exemple utilisé dans la programmation des ordinateurs. En électronique, soit le circuit est fermé (0), soit il est ouvert (1). A condition d'avoir un nombre suffisant de circuits, on peut coder n'importe quel nombre. Le code ASCII utilise ainsi les nombres binaires pour représenter des symboles tels les caractères, les chiffres, les signes de ponctuation...

Classification des numérations :

Chaque civilisation avait son système de numération plus ou moins performant dans sa propre base.

- Dans le **principe additif**, la valeur d'un nombre est égale à la somme des symboles qui le composent. Un nombre est formé par la juxtaposition de symboles répétés autant de fois qu'il le faut.

Pour noter le chiffre 9 par exemple, les égyptiens répètent neuf fois le symbole de l'unité. On voit vite les limites de ce procédé quand il s'agit de représenter des grands nombres mais surtout d'effectuer des calculs. Le principe additif imposait en effet une distance entre écriture et calcul exigeant l'usage de dispositifs matériels tels le boulier ou l'abaque.

- Comment peut on écrire alors un nombre avec moins symboles ?

Le **principe de position** semble en être la meilleure réponse et constitue une avancée capitale dans l'histoire de l'écriture des nombres.

L'idée ingénieuse est que la valeur du symbole varie en fonction de la place qu'il occupe dans l'écriture du nombre.

Dans 553, par exemple, le "5 de gauche" occupe la place des centaines et vaut 10 fois plus que le "5 du centre" occupant la place des dizaines. Ce sont pourtant les mêmes symboles !

- Certaines civilisations ont adopté un **principe mixte appelé numération hybride** faisant intervenir simultanément l'addition et la multiplication dans le principe de position.

Pour comprendre, le nombre 932 représenté dans un tel type de numération s'écrirait : 910031021

En Mésopotamie

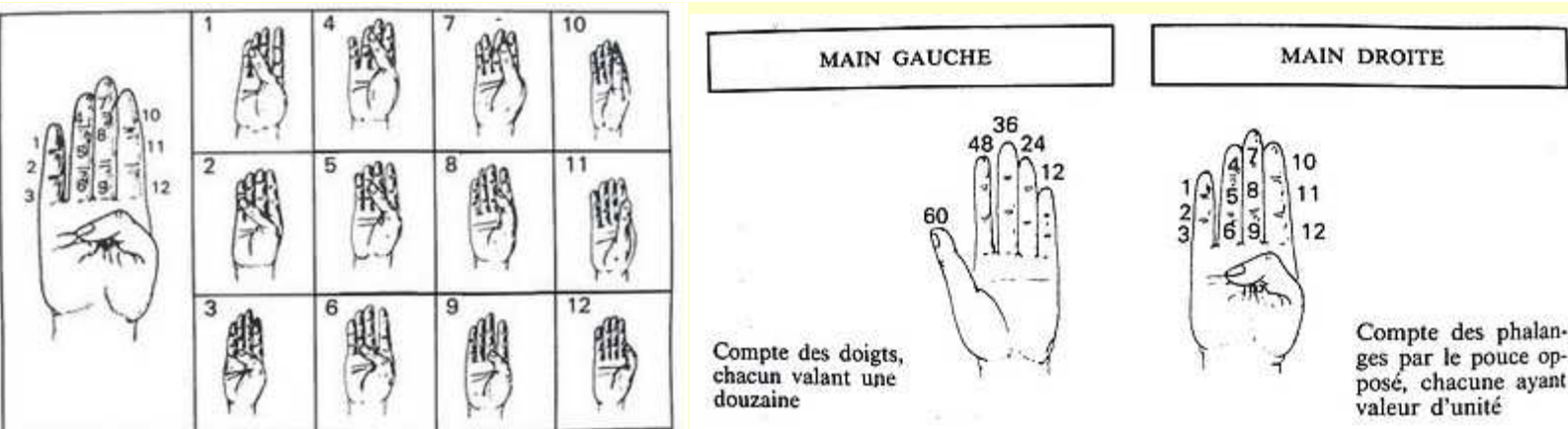
Depuis l'Anatolie à la vallée de l'Indus, et de la mer Caspienne au Soudan, on utilise des petits jetons de terre cuite de formes et de tailles différentes suivant la quantité qu'ils représentent. Les plus anciens retrouvés remontent à une époque allant du IX^{ème} au VII^{ème} millénaire avant J.C.

En 3500 avant J.C., **en Mésopotamie**, dans les sociétés de Sumer et d'Elam, ces jetons sont emprisonnés dans une boule creuse en argile qui permet de vérifier que les transactions commerciales sont exactes, on leur donnera le nom de *calculi*.



Ces cailloux constituent l'un des premiers systèmes de numération. Ce système suit le principe additif et sa base est **sexagésimale (base 60)**.

Les origines de la base 60 se cachent également sur nos mains : il s'agit d'une combinaison entre les 5 doigts de la main gauche et les phalanges des quatre doigts de la main droite, le pouce servant à compter les phalanges, soit 12 au total. Et $5 \times 12 = 60$!



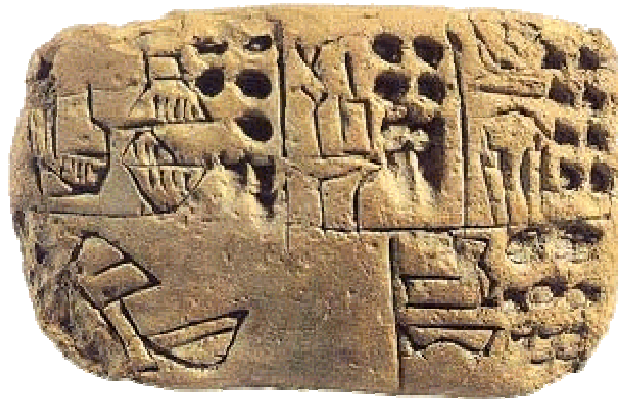
L'astronomie a préservé ce système que l'on retrouve aujourd'hui au travers des unités de temps ($1h = 60min = 3600s$) et des mesures d'angles (un tour entier = 360°).

Par exemple, 75 en base 10 s'écrit 1,15 en base 60. En effet, $75 \text{ min} = 1h15min$.

Mais la manipulation n'est pas facile car pour vérifier que la marchandise correspond bien au nombre de « calculi » enfermés dans la boule, il faut casser celle-ci.

Durant la seconde moitié du IV^{ème} millénaire avant J.C., à Sumer, naît l'écriture, et avec elle, les premières représentations écrites des nombres.

La boule « s'aplatit » et devient une tablette sur laquelle sont gravés des pictogrammes représentant la nature de la marchandise : épis de blé, animaux, ...

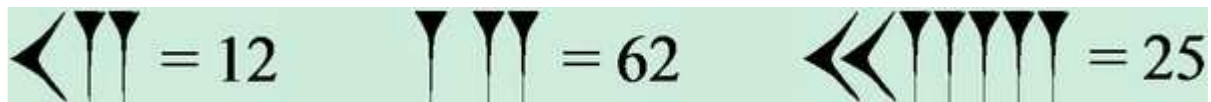


Cette écriture évolue vers une forme simplifiée, dite cunéiforme que l'on trouve chez les babyloniens vers 2500 avant J.C.

Vers le II^{ème} millénaire avant J.C., elle évoluera encore pour permettre l'écriture de nombres plus grands et voir apparaître la première numération de position. En fait, cette écriture combine le principe additif et le principe de position. Suivant la place qu'occupe le symbole, celui-ci correspond soit à une unité, soit à une soixantaine, soit à une soixantaine de soixantaines.

Il n'existe que deux symboles le "clou vertical" et le "chevron". Les neuf premiers chiffres se représentent par répétitions de clous verticaux (principe additif). 10 est représenté par le chevron. Pour écrire les nombres de 11 à 59, on répète les symboles autant de fois que nécessaire (principe additif).

Le nombre 60 se représente à nouveau par le clou (principe de position).



Le système de numération babylonien, parfois ambiguë, évoluera au fil du temps. Les scribes auront par exemple l'idée d'un signe de séparation des symboles se présentant sous la forme d'un double chevron exprimant qu'il n'y a rien. Il s'agit de la première trace du zéro (III^{ème} siècle avant J.C.)



Tablette de terre cuite portant des nombres en écriture cunéiforme



Autre tablette babylonienne montrant une table de multiplication



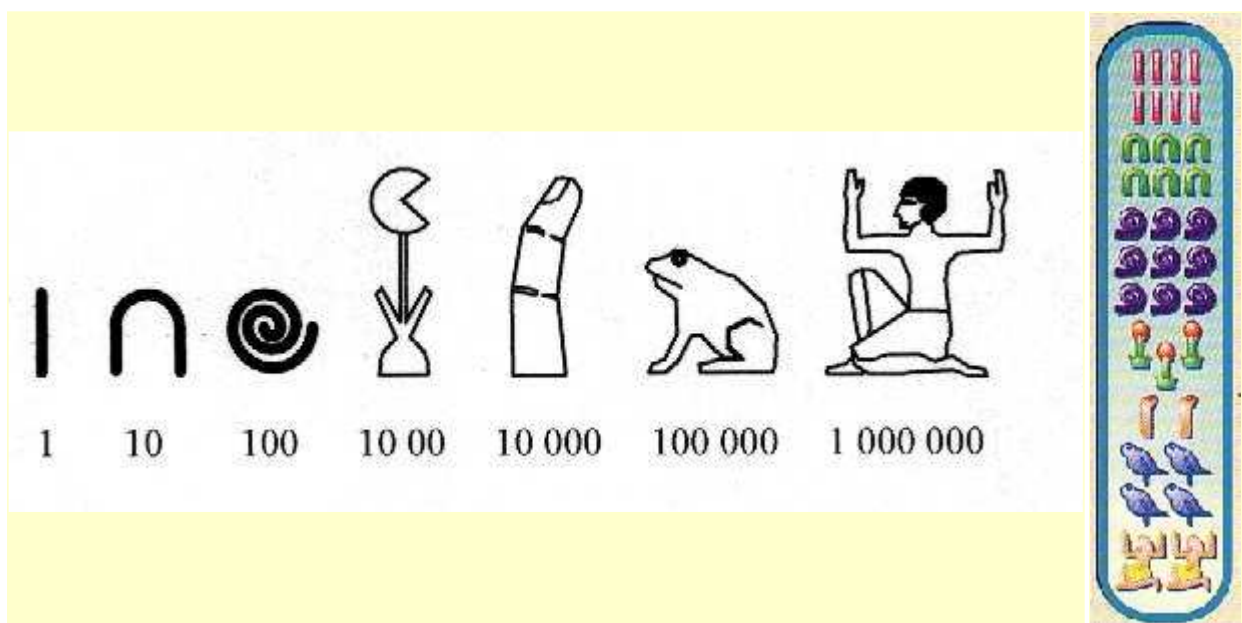
Calcul d'aire de terrain (Umma - Région sumérienne)

En Egypte

Au III^{ème} millénaire avant J.C., **en Egypte**, les scribes écrivent les nombres sur des papyrus sous forme de hiéroglyphes. Les égyptiens utilisent un système de numération (reposant sur le principe additif) moins performant que celui des mésopotamiens mais connaissent déjà l'écriture décimale.

Ils peuvent représenter les nombres jusqu'au million. Chaque signe possède une valeur qui correspond à l'une des 6 premières puissances de 10. L'unité est une barre verticale ; la dizaine est une anse de panier ; la centaine est une corde enroulée ; le millier est une fleur de lotus ; la dizaine de mille est un doigt dressé ; la centaine de mille est un têtard et le million est un dieu.

Le nombre représenté ci-dessous à droite est 2 423 968. Essayez de comprendre comment est construit ce système d'écriture. C'est facile !



Nous leurs devons aussi les fractions, puisqu'ils sont à l'origine des fractions de numérateur 1.

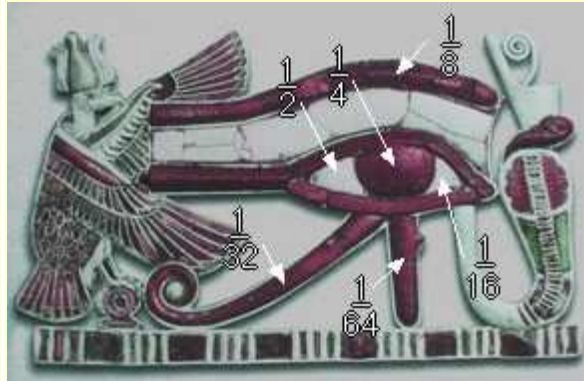
Nous trouvons à ce sujet un épisode sanglant de la mythologie égyptienne où Seth (Dieu de la violence) arrache l'œil à Horus (Dieu à tête de faucon et à corps d'homme) et le partage en 6 morceaux.

Son œil est appelé *Oudjat* ; chacune de ses parties symbolise une fraction de numérateur 1 et de dénominateurs 2, 4, 8, 16 et 64.

Thot (Dieu humain) reconstitue l'œil, symbole du bien contre le mal mais la somme de ces parts n'est pas égale à 1 (l'œil entier) mais à $\frac{63}{64}$. *Thot* accordera le 64ème manquant à tout scribe recherchant et acceptant sa protection.



Mur d'une construction de Thoutmosis III à Karnak



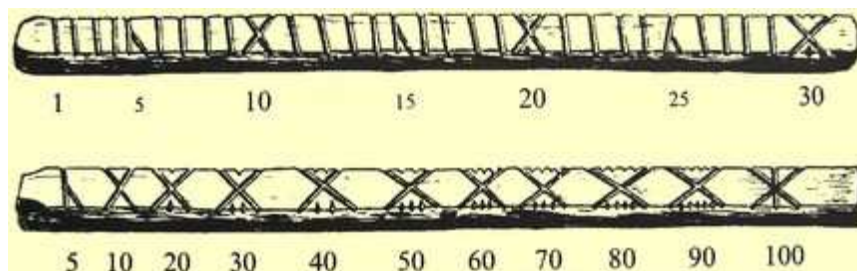
L'oeil d'Horus

En Grèce

Grecs et **romains** ont inventé des systèmes de numération alphabétiques très peu adaptés aux calculs.

Le système romain, par exemple, est composé de symboles (I, V, X, L, C, D et M) notés côte à côte selon le principe additif et combine les bases 5 et 10.

Notons, qu'en réalité, ces symboles ne sont pas tous les formes initiales des chiffres romains. Les plus anciens sont les signes **I**, **V** et **X** qui dérivent directement de la pratique de l'entaille.



*Entailles de bergers trouvées en Dalmatie,
extrait de "Histoire universelle des chiffres" Georges Ifrah - Editions Robert Laffont 1994*

Un exemple : 1789 se note **MDCCLXXXIX**

M(1000) + **D**(500) + **CC**(2x100=200) + **L**(50) + **XXX**(3x10=30) + **IX**(10-1=9)

Imaginez comment effectuer des opérations avec une telle notation !!!

L'écriture grecque n'était guère plus commode. Pour les grecs, les nombres sont nécessairement liés à des conceptions géométriques. Ils n'ont pas encore acquis un statut indépendant qui les ferait exister par eux même.

En Chine

Le premier **système de numération chinois** est décimal et de type hybride. Il fait appel à 13 symboles fondamentaux : les 9 unités et les 4 premières puissances de 10. Celui-ci a peu évolué au cours de l'histoire. On trouve ces symboles sur les os et les écailles divinatoires de l'époque Yin (XIVème/XIème siècles avant J.C.).

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百	千	萬
-	=	≡	≡	⋈	Λ ou ↑ ou ∧	+)(ou ハ	ㄣ ou ㄣ	1	100 ou 100	1000 ou 1000	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1 000	10 000

Comparaison entre les symboles actuels (1ère ligne) et les symboles archaïques (2ème ligne)

Les chinois du IIème siècle avant J.C. disposent d'un autre type de numération dit « numération savante ». Ce système suit le principe additif dans la base 10. Les symboles sont composés de bâtonnets en alternant les rangs par des barres verticales ou horizontales pour éviter la confusion.

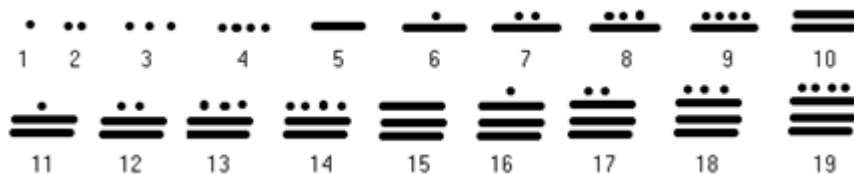
<u>Chiffres des unités ou chiffres des centaines :</u>									
I	II	III	IIII	IIII	TTTT	TT	TT	TTT	TTTT
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
<u>Chiffres des dizaines ou chiffres des milliers :</u>									
—	=	≡	≡	≡	⊥	⊥	⊥	⊥	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
<u>Exemples:</u>									
1997:	—	TTTT	⊥	TT					
804:	TTT		IIII						

Pour effectuer les opérations arithmétiques, les chinois placent ces bâtonnets d'ivoire ou de bambou, appelés "chou", dans une table en forme d'échiquier.



Chez les mayas

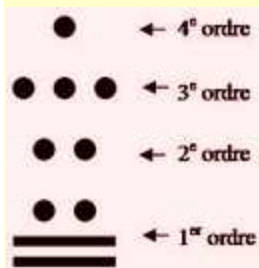
Dans leur étude des astres, les **mayas** se servent des nombres pour calculer le temps. Ce sont les inventeurs du calendrier.



Leur système de numération datant du Vème siècle après J.C. suit le principe de position dans la base **vigésimale (base 20)**. Celui-ci trouve ses origines avec nos 10 doigts et 10 orteils !

Les symboles employés sont composés de barres horizontales et de points : les glyphes.

Indépendamment des autres civilisations, les mayas inventent le zéro qu'ils représentent par un coquillage.



Les mayas écrivent de haut en bas par puissances de 20 décroissantes. Leur système connaît cependant une irrégularité au 3ème ordre de l'écriture. Les nombres se décomposent ainsi en somme de produits de **1 ; 20 ; 18x20** (au lieu de 20^2) ; **18x20²** ; ...

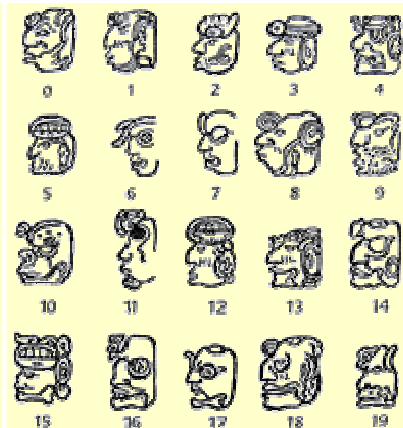
Ainsi l'écriture ci-contre représente le nombre :

$1 \times 18 \times 20^2 (4e \text{ ordre}) + 3 \times 18 \times 20 (3e \text{ ordre}) + 2 \times 20 (2e \text{ ordre}) + 1 \times 1 (1er \text{ ordre}) = 8332$

Cette irrégularité dans le 3ème ordre s'explique par le fait que les mayas souhaitent respecter l'année solaire, soit : $18 \times 20 = 360$ jours.

Parallèlement à cette écriture, il existe une numération constituée de symboles en forme de têtes (glyphes céphalomorphes) que l'on trouve sur les monuments.

De la base 20, il nous reste aujourd'hui le mot « quatre-vingts » pour lire le nombre « 80 ».





Symboles numériques mayas retrouvés sur les pages du codex de Dresde

En Inde

Nos chiffres de « 1 » à « 9 » que nous appelons à tort « chiffres arabes », viennent en réalité des Indes. Leurs "ancêtres" les plus anciens apparaissent dans des inscriptions des grottes de *Nana Ghât* datant du 2^e siècle avant J.C.

Au V^eme siècle de notre ère, en **Inde**, les savants ont l'idée ingénieuse de marier le principe de position, les neuf symboles et le zéro en tant que nombre à part entière représentant une quantité qui n'existe pas.

Dans « 806 », il n'y a pas de dizaine, le « 0 » marque cette absence.

Outre que ce nouveau système est très commode pour les calculs, le changement est plus profond. Les mathématiciens indiens n'ont plus à passer par des problèmes de géométrie pour justifier de l'existence de nombres dans les calculs.

De l'Inde à l'Occident

Moins d'un siècle après la mort du *Prophète Mahomet*, en 632, les arabes s'étendent de l'Inde à l'Espagne en passant par l'Afrique du Nord.

Au VIII^eme siècle, Bagdad est un riche pôle scientifique. A cette époque, les arabes ne disposent pas d'un système de numération performant. Ils emprunteront celui des Indes. Les chiffres indiens connaissent alors une double évolution graphique pour donner deux types de notation numérique : une transcription orientale (« **hindi** ») pratiquée dès le XII^eme siècle au Proche et Moyen Orient et une transcription occidentale (« **ghubar** ») connue dans les pays du Maghreb et qui passant par l'Espagne musulmane arrivera jusqu'à nous.

C'est le perse Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (790 ; 850) qui contribue à la propagation du système de numération indien par son *"Livre de l'addition et de la soustraction d'après le calcul des Indiens"* et ses nombreuses traductions en latin.

Le pape *Gerbert d'Aurillac* (945 ; 1003), passionné par les mathématiques, initiera pour la première fois l'occident chrétien aux chiffres "indo-arabes" mais il ne retient ni la numération de position ni le zéro. Il faut dire que l'Europe de l'époque, fortement sous-développée, n'a pas vraiment besoin des chiffres arabes. Le monde occidental entre alors dans une période de

querelle qui opposera les **abacistes**, partisans du calcul sur l'abaque romain qui suffit encore aux besoins du commerce et les **algoristes** qui adopteront la nouvelle numération de position.

Voilà pourquoi nous trouvons encore les chiffres romains dans les vieux livres.

Il faudra attendre le XIIIème siècle, avec le mathématicien italien Léonard de Pise, dit FIBONACCI, pour que le mouvement s'accélère.

—	—	1	1	1	1	
=	=	2	2	2	2	
≡	≡	3	3	3	3	
+	+	4	4	4	4	
Y	4	4	4	ε	5	5
†	6	6	6			6
7	7		7	1		7
4	5	5	8			8
9	9	9	9			9

EVOLUTION
EN INDE

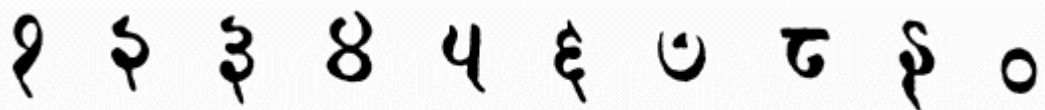
EVOLUTION
ARABE

EVOLUTION
EN EUROPE

L'Apparition des nombres

Evolution graphique du chiffre

Neuf signes et un zéro, signifiants de tout et de rien. Voilà en quoi résidait l'apport vraiment essentiel de la notation numérique indo-arabe. Dès lors, tous les signes qui jusque là avaient représenté des valeurs supérieures à dix retournaient au néant. La série des chiffres que les arabes avaient introduit en Espagne n'était pas la seule qui existait en Europe, il s'en fallait de beaucoup. Les symboles variaient selon les contrées. Un même signe pouvait changer de valeur d'un climat à l'autre (par exemple, un rond signifiait 5 en hindi et zéro en gubari) :



Chiffres sanscrits de 1 à 0

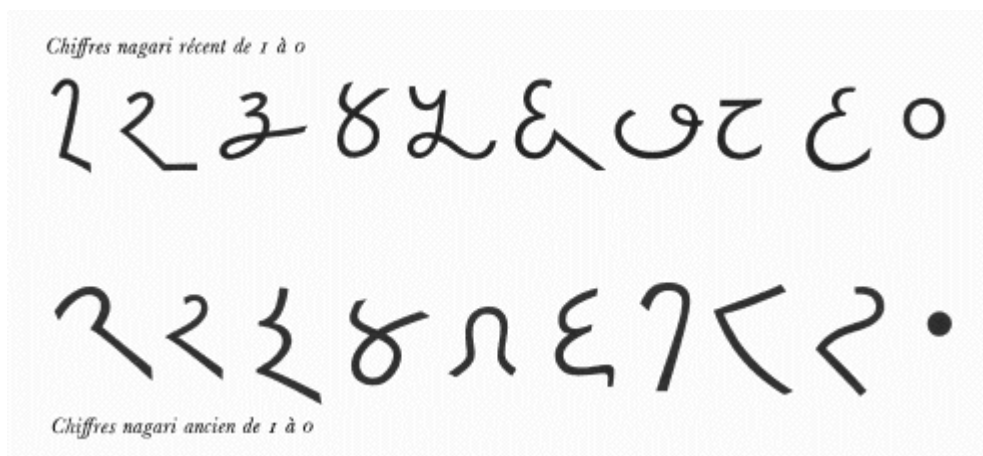
Avant de se stabiliser dans les graphismes qui nous sont familiers, les chiffres

laissèrent leur dessin évoluer. Certaines formes disparurent, d'autres se perpétuèrent avec une obstination remarquable. C'est ainsi par exemple que si dans la série des signes égyptiens, le signe « Y » représente le nombre 2, on le retrouve avec la valeur 5 dans l'inscription indienne de *Nana Ghat*, ainsi que dans les alphabets sanscrits puis arabes.

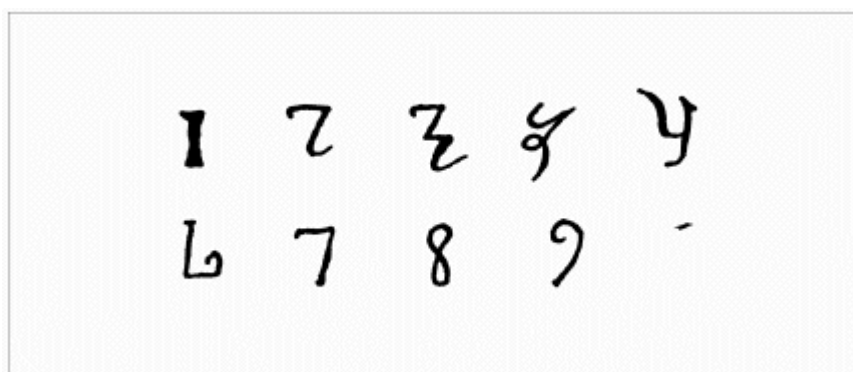
Nous allons voir son évolution à travers différentes tables d'illustration montrant les transformations graphiques qui lui ont été apportés, des premières représentations issues du sanscrit jusqu'au polices actuelles de caractères.



caractères optiques codés : une représentation du chiffre très moderne.



Evolution des chiffres nagari anciens et récents



Représentations du chiffre plus récentes, venues du Nord de l'Espagne.

		Tage	Summe	Wende
		Stempel	5656	
1	A	Neu Tax	20	3 0 11 0 11
2	b	4 no Der acht & Steffan	21	4 0 10 0 20
3	c	3 no Der acht & Johann	22	6 1 10 1 9
4	d	2 no Der acht der kindlein	23	8 1 10 1 22
5	e	Mon Der abent	24	8 2 6 2 4
6	f	3 id9 Obrst	24	9 2 10 2 18
7	g	1 id9	26	11 7 2 7 1
8	h	6 id9 S Ehart bishou	27	12 7 11 7 14
9	i	4 id9 S Julian vnd sein gefelle	28	13 7 10 7 20
10	j	4 id9 S Paul amidel	29	14 7 12 7 11
11	k	3 id9 wasserman	30	16 7 14 7 24
12	l	2 id9	1	17 7 14 7 1
13	m	1 id9 Der acht der obrsten	2	18 7 14 7 20
14	n	1 id9 febr: S felx	3	19 6 9 6 3
15	o	1 id9	4	20 6 10 6 16
16	p	1 id9 S Flavell pabst	4	21 1 6 20
17	q	1 id9 S Anton peuchger	6	22 1 14 1 12
18	r	1 id9 S prista und farr	1	23 1 21 1 14
19	s	1 id9	8	24 8 10 8 8
20	t	1 id9 S Fabian vnd Sebastian	9	24 8 24 8 21
21	u	1 id9 S Aumea und farr	10	26 9 1 0 4





















Premiers caractères imprimés (1473). Sur ce calendrier, le calendrier, le graphisme des chiffres est semblable à celui de la page précédente. Cependant le 4 a quasiment atteint son graphisme moderne : reste le 5 et le 7.

	5	6	7	8	9	
2	2	7	1	5	6	4
1	2	0	3	6	7	3
1	1	3	5	7	8	2
1	5	6	7	8	9	1
Suma. 70077						
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0						

Avec l'ascension de l'imprimerie, les chiffres ont été légèrement déformés pour donner une forme semblable à celle courante de nos jours.

TΗΝ Ρωμαϊκὴν ἰσορίαν δεχόμενος συγ-
 γραφὴν ἀνακαίον ἡγήσαμην προστάξαι
 τοῖς ὅροις ὅσων ἐθνῶν ἄρρητοι Ρωμαῖοι.
 εἰσὶν ὅσοι ἐν μὲν τῷ ὠκεανῷ, Βρετανῶν
 τῶν πλείονος μέρους διὰ τὴν Ἡερικλείων
 σπηλῶν εἰς πένδε καὶ θάλασσαν ἐκπλέον-
 τε, καὶ ἐπὶ ταῖς αὐταῖς σήλας περπλέοντι,
 νήσων ἄρχουσι πασῶν, καὶ ἡπίερον ὅσαι καὶ ἀκούουσιν ἐπὶ τῇ θά-
 λασσαν ὧν εἰσὶν ἐν διζυῖα περὶ Μαυρεσιῶν ὅσοι περὶ τῇ θά-

Les "Grecs du Roi", écrit en 1541. on voit que les chiffres ont acquis leur forme quasi-définitive.

134 <i>DIVERSES FIGURES.</i>			
<i>SIGNES DE MÉDECINE.</i>			
\mathcal{Z}	<i>Prenez.</i>	\varnothing	<i>Scruple.</i>
lb	<i>Livre.</i>	β	<i>Moitié.</i>
\mathfrak{z}	<i>Once.</i>	gr	<i>Grain.</i>
ss	<i>Dragme.</i>	à a	<i>de chaque.</i>
<i>SIGNES D'ALMANACHS.</i>			
			
			
			
			
			
			
<i>FRACTIONS.</i>			
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{1}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{18}$
$\frac{2}{20}$	$\frac{3}{100}$		
<i>CHIFRES ARABES.</i>			
1	2	3	4
5	6	7	8
9	0		

12345
Bodoni

A partir de 1700, les imprimeries construisirent différentes formes de caractères typographiques, tels que le Romain, le Garamond ou le Fournier.

1284 8678	136	Et. clac. lab. :	12345 67890 1234	246	FONDERIE WARNERY & C ^e , 4, 6, 8, RUE JEAN-DOLENT, PARIS (XIV ^e)
1234 5678	137	Et. clac. lab. :	12345 67890 1234		
1234 5678	138				
1234 5678	139	Et. clac. lab. :	12345 67890 12		
1234 5678	140	Et. clac. lab. :	12345 67890 12		
1234 5678	141				
1234 5678	142	Et. clac. lab. :	12345 67890		
1234 5678	143				
1234 5678	144	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	145				
1234 5678	146	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	147				
1234 5678	148	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	149				
1234 5678	150	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	151				
1234 5678	152	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	153				
1234 5678	154	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	155				
1234 5678	156	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	157				
1234 5678	158	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	159				
1234 5678	160	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	161				
1234 5678	162	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	163				
1234 5678	164	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	165				
1234 5678	166	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	167				
1234 5678	168	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	169				
1234 5678	170	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	171				
1234 5678	172	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	173				
1234 5678	174	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	175				
1234 5678	176	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	177				
1234 5678	178	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	179				
1234 5678	180	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	181				
1234 5678	182	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	183				
1234 5678	184	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	185				
1234 5678	186	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	187				
1234 5678	188	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	189				
1234 5678	190	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	191				
1234 5678	192	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	193				
1234 5678	194	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	195				
1234 5678	196	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	197				
1234 5678	198	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	199				
1234 5678	200	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	201				
1234 5678	202	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	203				
1234 5678	204	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	205				
1234 5678	206	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	207				
1234 5678	208	At. clac. lab. :	12345 6789		
1234 5678	209				
1234 5678	210	At. clac. lab. :	12345 6789		

Le zéro

Un nombre qui n'a pas toujours été considéré comme tel. Son apparition fut longue et délicate suivant les civilisations qui n'ont pas toutes ressenti le besoin d'inventer un symbole pour représenter l'absence d'objets ! Et quand ce besoin s'est fait sentir, son introduction a suscité beaucoup de crainte et de mystère. Le zéro est par sa nature différent des autres chiffres.

Pour les **grecs** de l'Antiquité par exemple, est « un » ce qui existe. A cette époque, ils ne possèdent pas encore un degré d'abstraction suffisant pour pouvoir imaginer et de surcroît écrire ce qui n'est pas.

Citons d'Euclide d'Alexandrie (-320? ; -260?) :

"Est unité ce selon quoi chacune des choses existantes est dite une."

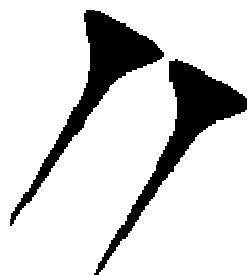
Pourtant les astronomes grecs emploient dans leurs tables un zéro, l'omicron, noté *o* qui ressemble à notre zéro actuel mais il s'agit vraisemblablement d'une coïncidence. Les grecs comprennent l'utilité d'un zéro pour leurs calculs mais le rejettent pour des croyances philosophiques. Comme l'infini, le zéro fait peur aux grecs. Selon la conception aristotélicienne, le vide et l'infini n'existent pas, bien qu'elle conçoive un infini potentiel au sens d'une éventualité utopique impossible à réaliser.

Il y a donc peu de chance pour que le zéro grec soit l'ancêtre de notre zéro.

La première trace du zéro nous parvient des **babyloniens** (3^e siècle avant J.C.).

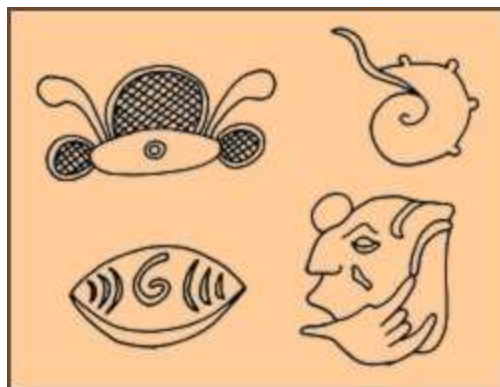
Leur système de numération tenant sur la combinaison du principe de position et du principe additif est parfois ambigu.

Comment écrire par exemple le nombre « 305 » si on ne dispose pas du symbole « 0 ». On peut écrire « 3 5 », mais ne risque-t-on pas de confondre avec « 35 » ? Les scribes ont l'idée d'un signe de séparation des symboles se présentant sous la forme d'un double chevron exprimant qu'il n'y a rien.



C'est le plus vieux zéro connu mais ce n'est pas encore un nombre ni même une quantité. On le qualifierait plutôt de « pense bête » ou de « marque-place » qui ne servait à autre chose que de fixer la bonne place des chiffres dans le système de numération de position.

Indépendamment des autres civilisations, les savants **mayas** développent au cours du 1er millénaire de notre ère un système de numération performant et inventent un « zéro ». Le symbole connaît des formes très diverses telles que celle d'un coquillage.



Quelques représentations de zéros mayas

Mais le coup de génie vient encore de l'**Inde** où le zéro apparaît vers le Vème siècle. A l'opposé des grecs, la religion hindoue intègre totalement le vide et l'infini. Elle voit le cosmos comme un univers qui s'étend à l'infini alors que pour les pythagoriciens, le cosmos est "prisonnier" dans des sphères de différentes tailles qui émettent de la musique : *l'harmonie des sphères*.

Le zéro n'est plus seulement un symbole utilisé pour marquer un vide, mais il devient un nombre à part entière.

En 628, dans un traité d'astronomie appelé le *Brahma Sphuta Siddhanta*, Brahmagupta(598 ; 660) définira le zéro comme la soustraction d'un nombre par lui-même ($a - a = 0$). Il établira aussi qu'un nombre multiplié par zéro est égal à zéro. A cette époque, on l'appelle « sunya » qui se traduit par « vide » en sanskrit (la langue indienne).

Brahmagupta tente en vain de calculer $1:0$ et $0:0$. Pour la 2ème division, il affirme que le résultat est 0. Ce qui est faux, il s'agit d'une forme indéterminée.

Quant à la première, il faudra attendre un autre mathématicien indien, *Bhaskara* (1114 ; 1185) pour apporter la solution. Effectué à la calculatrice, $1:0$ provoque une erreur. En effet, la division par zéro est interdite en mathématiques. Il s'agit en fait d'un calcul de limite. En prenant des valeurs de x de plus en plus proches de zéro, on s'aperçoit que $1:x$ prend des valeurs de plus en plus grandes. *Bhaskara* découvre que le zéro est l'infini sont intimement liés par le fait que $1:0$ n'est autre que l'infini !

En même temps que l'Islam s'étend dans le monde **arabe**, les musulmans abandonnent la théorie d'Aristote (-384 ; -322) rejetant le vide et l'infini. Ils emprunteront le zéro aux indiens et le mot deviendra « sifr ».

Le zéro arrive en **occident** au XIIème siècle. Mais comme pour les autres chiffres, le zéro fait une entrée laborieuse dans le langage mathématique.

Il souffre des vestiges de la pensée aristotélicienne, mais aussi de la méfiance de l'Eglise.

Léonard de Pise, dit Fibonacci (1170 ; 1250), utilise dans son *Liber Abaci* le nom de «zefirum» qui fait son apparition pour les besoins du commerce. Le mot deviendra ensuite «zefiro» pour devenir «zero» à partir de 1491. Notons que le «sifr» arabe dérivera aussi vers le mot «chiffre».

EVOLUTION DES CHIFFRES ROMAINS

Les chiffres romains que nous connaissons n'ont pas toujours été écrits ainsi ,
chacun des 7 signes a subi des évolutions au fil du temps.

Voilà les premiers symboles qui ont existé :

I	Λ	X	∇	C	Ɔ	⊙	⊐
1	5	10	50	100	500	1.000	5.000

Voici les 7 signes que nous connaissons de la numération romaine :

I : 1 V : 5 X : 10 L : 50 C : 100 D : 500

C est l'initiale du mot " centum" en latin et M celle de " milia"

Voilà comment les romains écrivaient auparavant les 7 signes précédents :

I	V	X	∇	✱	⊘	⊗
1	5	10	50	100	500	1000

Vers le premier siècle avant JC les signes commencèrent à évoluer . Les signes
pour 1 , 5 et 10 restèrent identiques . Voyons l'évolution des autres signes :

∇ → ∇ → ∇ → ⊥ → I → I

évolution simplifiée du signe 50

✱ → I →) ou C → C

évolution simplifiée du signe 100

⊘ → ⊘ → ⊘ → ⊘ → D

évolution simplifiée du signe 500

⊗ → ⊗ → ⊕ → ⊕ → ... → ⊏ → ... → ⊏ → M

évolution simplifiée du signe 1000

Auparavant , ils écrivaient :

IIIVIIIXIIIVIIIIXIII

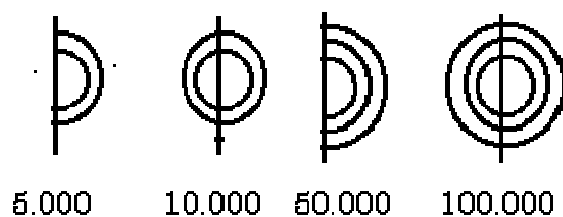
1 5 10 15 20 23

Une telle notation était un "reste" de la pratique ancestrale de l'entaille. Puis , par souci d'économie d'écriture , au lieu d'écrire :

- IIIV pour 5 ,ils ont écrit V
- IIIVII pour 7, ils ont écrit VII
- IIIVIII pour 9 , ils ont écrit VIII.

Il en est de même en remplaçant V par X.

■ A l'époque républicaine , il existait des notations spéciales pour les nombres : 5.000 ; 10.000 ; 50.000 et 100.000 .



Tels sont les signes originaux qui ont subi des modifications de style. Puis , devant le caractère fastidieux d'un tel graphisme , ils ont été abandonnés pour être remplacés par des conventions graphiques plus simples .

■ Pour écrire les grands nombres , ils signalaient une multiplication par 1.000 en surmontant un nombre d'une barre horizontale et ils signalaient une multiplication par 100.000 en surmontant d'une barre horizontale " fermée". Ces deux barres furent utilisées de l'époque romaine impériale jusqu'à la fin du Moyen- Age européen.

Par exemple , pour écrire 15.231 : $\overline{\text{XV}}$ CCXXXI

et pour écrire 356.238 : $\overline{\text{CCCLVI}}$ CCXXXVIII

■ Par souci d'économie d'écriture, pour écrire le chiffre 4 , ils n'écrivaient plus I I I I mais I V selon le principe : " Tout signe numérique placé à gauche d'un chiffre de valeur supérieure s'en retranche ".

■ Les Romains ont utilisé d'autres conventions comme :

- II.C pour 200 ; III.C pour 300 ...
- II.M pour 2000 ; III.M pour 3000 ...

Un tel système a marqué une nette régression par rapport à toutes les numérations de l'Histoire.

■ Le principe de notation des nombres par soustraction date du Moyen-Age : par exemple pour écrire 10 , on note IX (10 - 1) ou encore 5 se note IV (5 - 1) ...

LES OPERATIONS

► La numération romaine rendait toute opération impossible . Ils utilisaient des abaques pour faire des calculs : c'est une tablette rectangulaire avec des colonnes pour chaque puissance de dix (1 - 10 - 100 - 1000 - 10.000 ...) sur laquelle on plaçait des jetons pour représenter les nombres. Les abaques furent très longtemps utilisés.

► Cet abaque était pratique pour l'addition et la soustraction . Pour la multiplication , ils effectuaient la somme de plusieurs produits partiels (même principe que la multiplication actuelle) . Ils effectuaient donc des additions et des soustractions répétées pour les multiplications et les divisions .

Ces calculs étaient longs et difficiles.

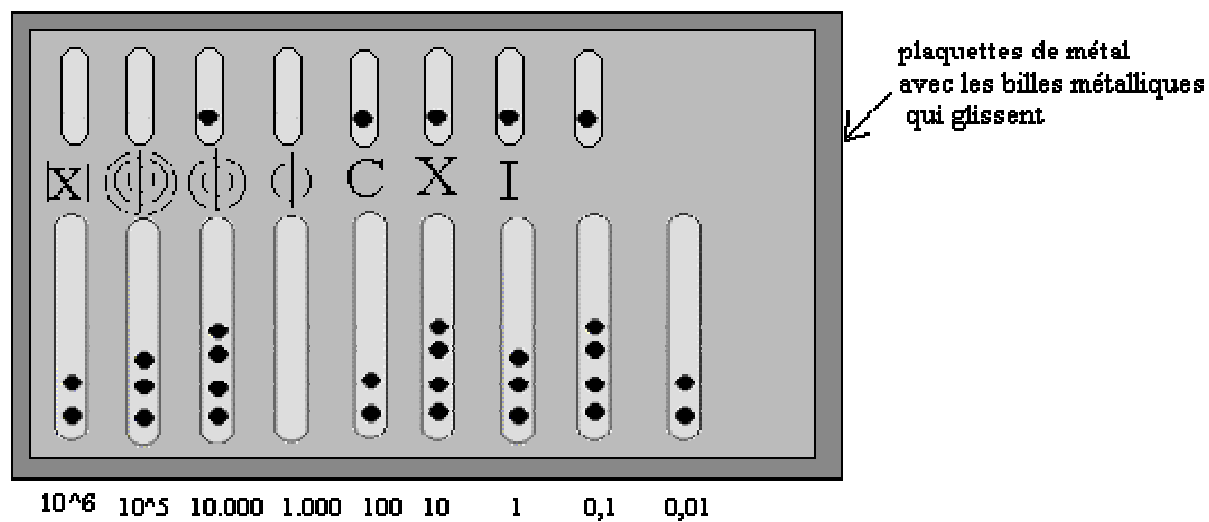
1.000.000	100.000	10.000	1.000	100	10	1
		*	*			*
<i>M</i>	<i>C</i>	<i>X</i>	M	C	X	I
	*			*		*
	*		*	*	*	*
				*		

Chaque étoile représente un jeton .Sur la 2e ligne , le jeton dans la colonne des 10.000 signifie 50.000 ; celui dans la colonne des 1.000 signifie 5.000 et celui dans la colonne des unités signifie 5 .

Ici le nombre 256.317 est représenté.

► Le système de numération romaine a marqué une nette régression par rapport aux autres numérations de l'histoire , du fait de la complexité des opérations .

► Les Romains ont ensuite utilisé des sortes d'abaques de poche , très proches des bouliers compteurs.



Cet abaque de poche était conçu pour faire des calculs monétaires.